



Divulgazione Libera

Esercizi sulla teoria degli insiemi

Emanuele Maria Latorre¹

Sommario

Il presente documento contiene un certo numero di esercizi svolti a supporto del lettore. Risolverli, costituisce un metodo efficace per imparare ed acquisire le tecniche matematiche necessarie per affrontare lo studio di argomenti successivi.

¹ Divulgazione Libera, www.divulgazione-libera.it, elatorre@divulgazione-libera.it

Indice

1	Introduzione	1
2	Esercizi sugli insiemi	1

1. Introduzione

Gli esercizi proposti nel codesto documento riguardano il seguente argomento:

- *la teoria degli insiemi.*

Le tracce di alcuni esercizi trovano ispirazione dal seguente libro:

- *Matematica.verde 1, Bergamini, Trifone, Barozzi - Zanichelli Editore.*

2. Esercizi sugli insiemi

Esercizio 1. *Rappresentare graficamente gli insiemi:*

- $A=\{3,5,7,9\}$,
- $B=\{2,3,4,5\}$,
- $C=\{2,4,6,8\}$.

Vedere la rappresentazione di *Euler-Venn* in figura 1.

Esercizio 2. *Rappresentare graficamente gli insiemi L , G e I formati rispettivamente dalle lettere delle parole «leone», «gazzella», «iena».*

Vedere la rappresentazione di *Euler-Venn* in figura 2.

Esercizio 3. *Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:*

- *i numeri naturali non maggiori di 7;*
- *i giorni della settimana che iniziano per p ;*

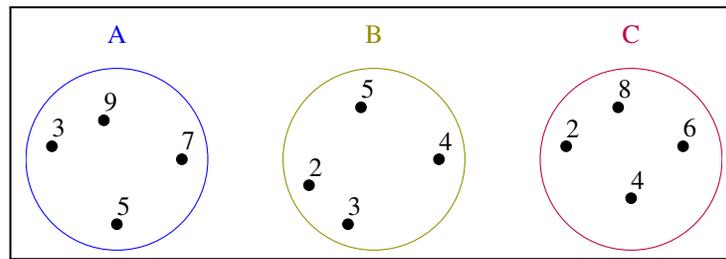


Figura 1. Rappresentazione degli insiemi A, B, C.

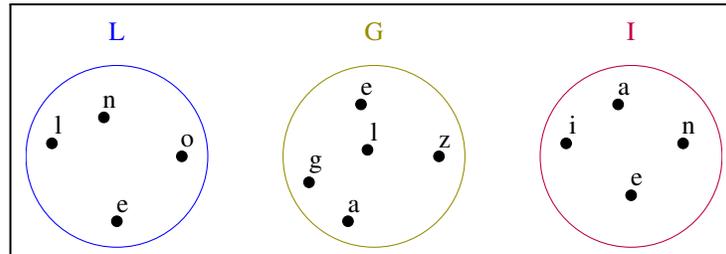


Figura 2. Rappresentazione degli insiemi L, G, I.

- le vocali della parola «indulgente».

Sfruttando la rappresentazione per elencazione:

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$;
- $B = \{\emptyset\}$;
- $C = \{e, i, u\}$.

Esercizio 4. Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

- gli stati confinanti con la Svezia;
- le province della regione Puglia;
- i fiumi della Città del Vaticano.

Sfruttando la rappresentazione per elencazione:

- $A = \{\text{Finlandia, Norvegia}\}$;
- $B = \{\text{Bari, Barletta-Andria-Trani (BAT), Brindisi, Foggia, Lecce, Taranto}\}$;
- $C = \{\emptyset\}$.

Esercizio 5. Rappresentare attraverso proprietà caratteristica i seguenti insiemi:

- $P = \{2, 3, 4, 5\}$;
- $Q = \{5, 7, 9, 11, 13\}$;
- $R = \{12, 16, 20, 24, 28, 32\}$.

Sfruttando la rappresentazione per proprietà caratteristica:

- $P = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 5\}$;
- $Q = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq 2x + 1 \leq 6\}$;
- $R = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq 4x + 4 \leq 7\}$.

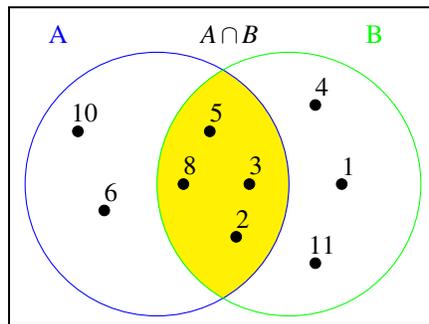


Figura 3. Rappresentazione dell'insieme $A \cap B$.

Esercizio 6. *Rappresentare attraverso proprietà caratteristica i seguenti insiemi:*

- $F = \{\text{Nord, Sud, Est, Ovest}\};$
- $G = \{\text{martedì, mercoledì}\};$
- $H = \{a, e, i, o, u\}.$

Sfruttando la rappresentazione per proprietà caratteristica:

- $F = \{x \mid x \text{ è un punto cardinale}\};$
- $G = \{x \mid x \text{ è il giorno della settimana che inizia con la lettera } m\};$
- $H = \{x \mid x \text{ è una vocale}\}.$

Esercizio 7. *Dati i seguenti insiemi:*

- $A = \{2, 3, 5, 6, 8, 10\};$
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 11\},$

rappresentare graficamente l'insieme $A \cap B$.

L'insieme $A \cap B = \{2, 3, 5, 8\}$. Vedere la rappresentazione di *Euler-Venn* in figura 3.

Esercizio 8. *Dati i seguenti insiemi:*

- $A = \{0, 2, 4\};$
- $B = \{1, 2, 7\};$
- $C = \{0, 1, 2, 9\},$

rappresentare per elencazione e graficamente gli insiemi:

- $(A \cup C) \cap B;$
- $A \cap B \cap C;$
- $(A \cap B) \cup (A \cap C).$

Sfruttando la rappresentazione per elencazione:

- $(A \cup C) \cap B = \{1, 2\};$
- $A \cap B \cap C = \{2\};$
- $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{0, 2\}.$

Vedere la rappresentazione di *Euler-Venn* in figura 4.

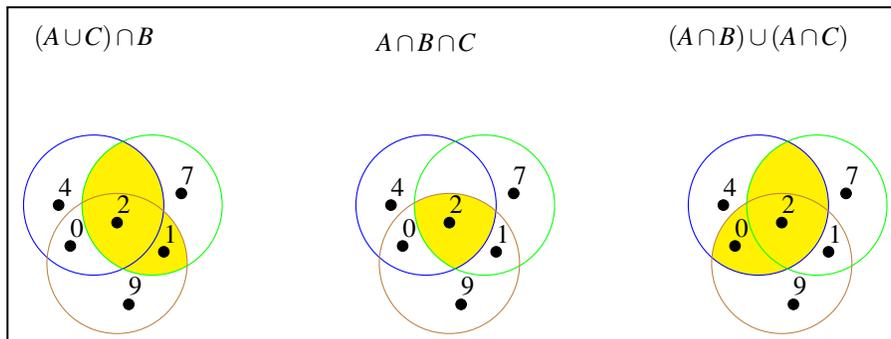


Figura 4. Rappresentazione degli insiemi $(A \cup C) \cap B$, $A \cap B \cap C$ e $(A \cap B) \cup (A \cap C)$.

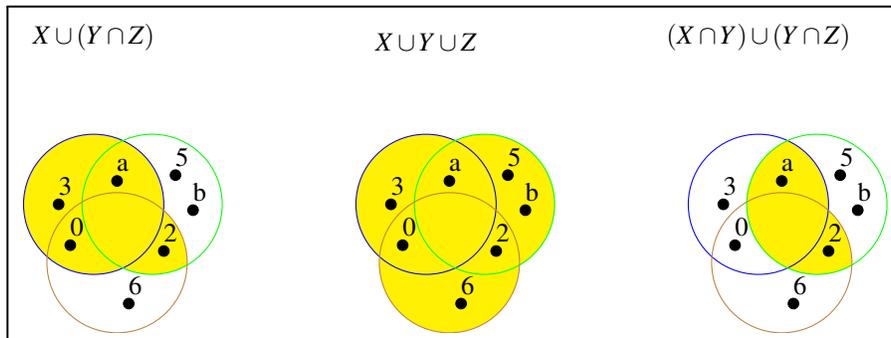


Figura 5. Rappresentazione degli insiemi $X \cup (Y \cap Z)$, $X \cup Y \cup Z$ e $(X \cap Y) \cup (Y \cap Z)$.

Esercizio 9. *Dati i seguenti insiemi:*

- $X = \{0, 3, a\}$;
- $Y = \{2, 5, a, b\}$;
- $Z = \{0, 2, 6\}$;

rappresentare per elencazione e graficamente gli insiemi:

- $X \cup (Y \cap Z)$;
- $X \cup Y \cup Z$;
- $(X \cap Y) \cup (Y \cap Z)$.

Sfruttando la rappresentazione per elencazione:

- $X \cup (Y \cap Z) = \{0, 2, 3, a\}$;
- $X \cup Y \cup Z = \{0, 2, 3, 5, 6, a, b\}$;
- $(X \cap Y) \cup (Y \cap Z) = \{2, a\}$.

Vedere la rappresentazione di *Euler-Venn* in figura 5.

Esercizio 10. *Una società finanziaria ha compiuto un'indagine su 100 famiglie evidenziando che 61 hanno stipulato finanziamento per la casa, 78 per l'automobile o la casa e 26 per entrambi: casa e automobile. Quante famiglie hanno stipulato finanziamento solo per la casa e quante solo per l'automobile? Quante non hanno stipulato finanziamenti?*

Rappresentiamo in figura 6 il diagramma di *Euler-Venn*, dove:

- $C = 61$, famiglie che hanno stipulato finanziamento per la casa;
- $CoA = 78$, famiglie che hanno stipulato finanziamento per la casa o per l'automobile;

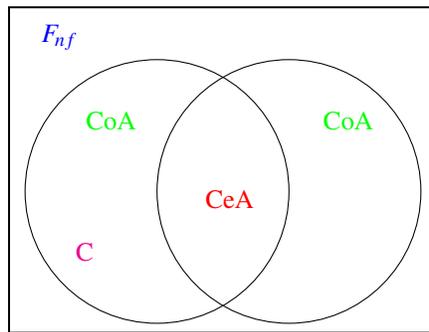


Figura 6. Diagramma di *Euler-Venn* esercizio 10.

- $CeA = 26$, famiglie che hanno stipulato finanziamento per la casa e per l'automobile.

Il numero di famiglie che hanno stipulato finanziamento solo per la casa è:

$$F_{casa} = C - CeA = 61 - 26 = 35.$$

Il numero di famiglie che hanno stipulato finanziamento solo per l'automobile è:

$$F_{auto} = CoA - F_{casa} - CeA = 78 - 35 - 26 = 17.$$

Il numero di famiglie che non hanno stipulato alcun finanziamento è:

$$F_{nf} = 100 - (F_{casa} + F_{auto} + CeA) = 100 - (35 + 17 + 26) = 22.$$

Esercizio 11. *In una classe di un istituto industriale ci sono 30 studenti. Si è deciso di votare per decidere il luogo della gita scolastica. Le città candidate sono tre: Parigi, Barcellona e Atene. Nella scheda di valutazione si può esprimere anche più di una preferenza. Allo spoglio dei voti si raccolgono i seguenti dati:*

- 6 tutte e tre le città;
- 5 solo Parigi;
- 2 solo Barcellona;
- 4 solo Atene;
- 2 solo per Barcellona e Parigi;
- 3 solo per Atene e Parigi.

Quanti hanno votato solo per Barcellona e Atene? Quale città ha raccolto più voti?

Rappresentiamo in figura 7 il diagramma di *Euler-Venn*, dove:

- PAR, insieme degli studenti che hanno votato solo Parigi;
- BAR, insieme degli studenti che hanno votato solo Barcellona;
- ATE, insieme degli studenti che hanno votato solo Atene.

Il numero di studenti che hanno votato per Barcellona e Atene è:

$$V_{BA} = 30 - (5 + 2 + 2 + 3 + 6 + 4) = 30 - 22 = 8.$$

La città più votata è (Atene):

$$V_{PAR} = 5 + 2 + 3 + 6 = 16;$$

$$V_{BAR} = 2 + 2 + 6 + 8 = 18;$$

$$V_{ATE} = 3 + 6 + 8 + 4 = 21.$$

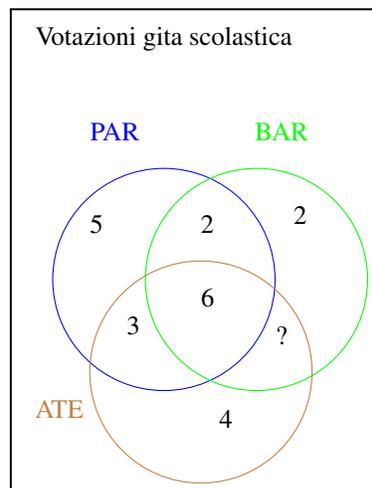


Figura 7. Diagramma di *Euler-Venn* esercizio 11.

Esercizio 12. *Dati i due insiemi:*

- $A = \{x \mid x \in \mathbf{N} \text{ e } x \leq 5\}$;
- $B = \{x \mid x \in \mathbf{N} \text{ e } 0 \leq x \leq 3\}$,

determinare gli insiemi differenza $A - B$ e $B - A$.

Sfruttando la rappresentazione per elencazione abbiamo:

- $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$;
- $B = \{0, 1, 2, 3\}$.

Pertanto:

- $A - B = \{4, 5\}$;
- $B - A = \{\emptyset\}$.

Esercizio 13. *Dati i due insiemi:*

- $V = \{x \mid x \text{ è l'insieme delle lettere della parola «albero»}\}$;
- $Z = \{x \mid x \text{ è l'insieme delle lettere della parola «balcone»}\}$,

determinare gli insiemi differenza $V - Z$ e $Z - V$.

Sfruttando la rappresentazione per elencazione abbiamo:

- $V = \{a, l, b, e, r, o\}$;
- $Z = \{b, a, l, c, o, n, e\}$.

Pertanto:

- $V - Z = \{r\}$;
- $Z - V = \{c, n\}$.

Esercizio 14. *Dati i due insiemi:*

- $X = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 2 < x \leq 5\}$;
- $Y = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 6 \leq x \leq 7\}$,

rappresentare il prodotto cartesiano $X \times Y$ per elencazione e attraverso un diagramma cartesiano.

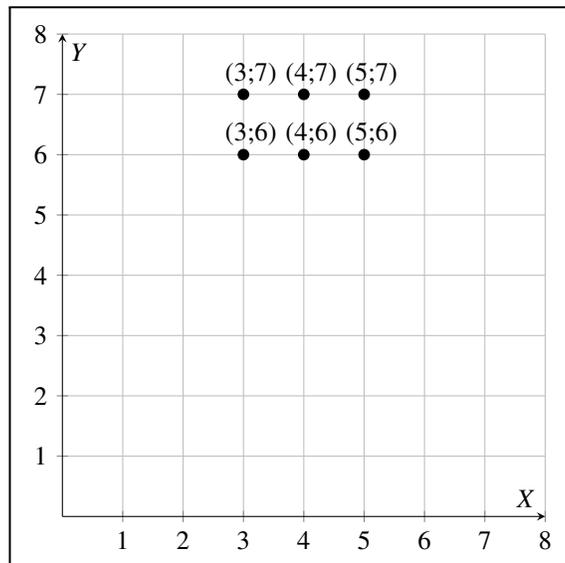


Figura 8. Prodotto cartesiano $X \times Y$ esercizio 14.

Sfruttando la rappresentazione per elencazione abbiamo:

- $X = \{3, 4, 5\}$;
- $Y = \{6, 7\}$.

Il prodotto cartesiano per elencazione è:

$$X \times Y = \{(3;6), (3;7), (4;6), (4;7), (5;6), (5;7)\}.$$

Il prodotto cartesiano, rappresentato attraverso diagramma, è dato dalla figura 8.

Esercizio 15. *Dati i due insiemi:*

- $P = \{0, 1, 2\}$;
- $Q = \{3, 4\}$,

rappresentare il prodotto cartesiano $X \times Y$ per elencazione e attraverso un diagramma cartesiano.

Il prodotto cartesiano per elencazione è:

$$P \times Q = \{(0;3), (0;4), (1;3), (1;4), (2;3), (2;4)\}.$$

Il prodotto cartesiano, rappresentato attraverso diagramma, è dato dalla figura 9.

Esercizio 16. *Dati i seguenti insiemi:*

- $A = \{-2, 0, 1\}$;
- $B = \{-2\}$;
- $C = \{0, 1\}$,

calcolare il risultato della seguente espressione:

- $(A - C) \times (B - C) \cap (A \times B)$.

Svolgendo i calcoli separatamente:

$$A - C = \{-2\};$$

$$B - C = \{-2\};$$

$$(A - C) \times (B - C) = \{(-2; -2)\};$$

$$A \times B = \{(-2; -2), (0; -2), (1; -2)\},$$

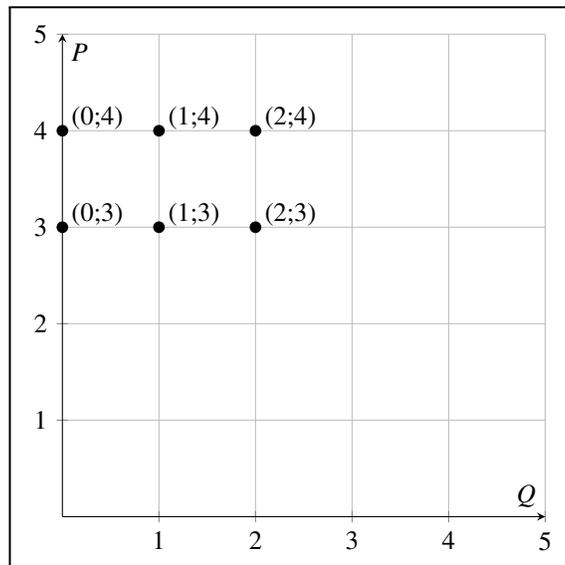


Figura 9. Prodotto cartesiano $P \times Q$ esercizio 15.

il risultato è:

$$(A - C) \times (B - C) \cap (A \times B) = \{(-2; -2)\}.$$

Esercizio 17. *Dati i seguenti insiemi:*

- $A = \{d, f\}$;
- $B = \{-1\}$;
- $C = \{2, 4, 9\}$,

determinare l'insieme delle parti.

L'insieme delle parti dei tre insiemi è:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(A) &= \{\{d\}, \{f\}, \{d, f\}, \{\emptyset\}\}; \\ \mathcal{P}(B) &= \{\{-1\}, \{\emptyset\}\}; \\ \mathcal{P}(C) &= \{\{2\}, \{4\}, \{9\}, \{2, 4\}, \{2, 9\}, \{4, 9\}, \{2, 4, 9\}, \{\emptyset\}\}. \end{aligned}$$

Esercizio 18. *Dati i seguenti insiemi:*

- $V = \{\emptyset\}$;
- $W = \{\text{Lazio}, \text{Inter}, \text{Milan}\}$,

determinare l'insieme delle parti.

L'insieme delle parti dei tre insiemi è:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(V) &= \{\{\emptyset\}\}; \\ \mathcal{P}(W) &= \{\{\text{Lazio}\}, \{\text{Inter}\}, \{\text{Milan}\}, \{\text{Lazio}, \text{Inter}\}, \{\text{Lazio}, \text{Milan}\}, \\ &\quad \{\text{Inter}, \text{Milan}\}, \{\text{Lazio}, \text{Inter}, \text{Milan}\}, \{\emptyset\}\}. \end{aligned}$$

Tabella 1. Revisioni documento.

Data	Versione	Autori	Modifica
28/08/2019	6-0	E. M. Latorre	Prima emissione.